

# STATISTICA

**SCIENZA CHE STUDIA I FENOMENI COLLETTIVI,**  
cioè quelli che riguardano molte persone o cose.

(es.: censimenti, ricerca scientifica, sondaggi d'opinione, ricerche di mercato,...)

- **Censimenti:** descrizione della popolazione di un paese
  - ogni 10 anni
  - questionario INSTAT (Istituto Nazionale di Statistica)
- **Exit-pool:** prevedono l'andamento di un fenomeno, es. le votazioni elettorali

# INDAGINE STATISTICA

1. **Rilevazione dei dati:** raccolta di informazioni (dati) relative al fenomeno da studiare
2. **Elaborazione dei dati:** raccolta dei dati in tabelle (tabulazione), calcolo delle percentuali,...
3. **Rappresentazione dei dati:** grafici

# 1. Rilevazione dei dati

- **Fissare il *fenomeno da studiare (variabile statistica)***: es. tipo di sport praticato, tipo di scuola superiore scelta, caratteristiche dei ragazzi,...
- **Stabilire lo *strumento di raccolta dati***: es. questionario
- **Individuare la *popolazione statistica***: es. alunni 3<sup>A</sup>

<i>popolazione statistica</i>	→	<i>es. alunni 3<sup>A</sup></i>
<i>unità statistica</i>	→	<i>ogni alunno</i>
<i>variabile statistica</i>	→	<i>es. tipo di sport praticato</i>
<i>modalità</i>	→	<i>calcio, basket, etc.</i>



- ***Tablelle semplici***: se le domande sono molte o si vuole porre l'attenzione su una o due domande

<b>n°</b>	<b>Nome</b>	<b>Squadra preferita</b>
1	Achille	Juventus
2	Alberto	Roma
3	Anna	Inter
4	Chiara	Napoli
5	Ettore	Cagliari
6	Federica	Roma
...	...	...

# *- Tabelle di frequenza*

Tipo di scuola superiore scelta	Frequenza assoluta ( $f$ )	Frequenza relativa	
		F	%
Istituto tecnico commerciale	5	0,20	20
Istituto tecnico industriale	1	0,04	4
Istituto tecnico per geometri	2	0,08	8
Liceo psico-pedagogico	0	0,00	0
Istituto professionale	7	0,28	28
Liceo classico	1	0,04	4
Liceo scientifico	6	0,24	24
Liceo linguistico	1	0,04	4
Liceo artistico	0	0,00	0
Altre scuole	2	0,08	8
<b>TOTALE</b>	25	1,00	100

- **Frekuensi assoluta ( $f$ ) di un dato:** numero di volte che il dato si ripete nel rilevamento.
- **Frekuensi relativa ( $F$ ) di un dato:** rapporto tra la sua frekuensi assoluta ( $f$ ) e il numero totale ( $n$ ) dei casi esaminati.

$$F = f/n$$

Es. studenti che vogliono frequentare l'Istituto tecnico commerciale sono 5 su 25 intervistati

$$f = 5$$

$$F = 5/25 = 0,20 \quad \text{in percentuale: } 0,20 = 20/100 = 20\%$$

# N.B.: Percentuale

- Rapporto avente come conseguente 100, indica quante unità rispetto a 100 soddisfano una certa condizione

◆ es. Nella classe 3^ A 9 ragazzi su 20 hanno un cane

$$9 : 20 = 9/20$$

E su 100 ragazzi, quanti avrebbero un cane?

$$9 : 20 = x : 100$$

$$x = 9 \cdot 100/20 = 45\%$$

◆ es. Luca ha comprato un cellulare che costava € 200 con il 15% di sconto, quanto lo ha pagato?

Per calcolare la percentuale di una grandezza si moltiplica la grandezza (es. 200) per la frazione uguale alla percentuale (es. 15/100)

$$\text{Sconto: } 200 \cdot 15/100 = \text{€ } 30$$

$$\text{Prezzo scontato: } 200 - 30 = \text{€ } 170$$

- Numero decimale in percentuale:  $0,8 = 80/100 = 80\%$
- Frazione in percentuale:  $3/5 = 60/100 = 60\%$
- Percentuale in numero decimale:  $13\% = 0,13$
- Percentuale in frazione:  $16\% = 16/100 = 4/25$

# 3. Rappresentazione dei dati

- **Ideogramma**

} frequenze *assolute qualitative*  
(*dati non numerici, es. colore degli occhi*)

- **Ortogramma**

- **Istogramma:**

frequenze *assolute anche quantitative*  
(*dati numerici raccolti in classi, es. altezza, peso*)

- **Areogramma:**

frequenze *relative* espresse in percentuale

- **Ideogramma:** es. bandierine con i colori delle squadre

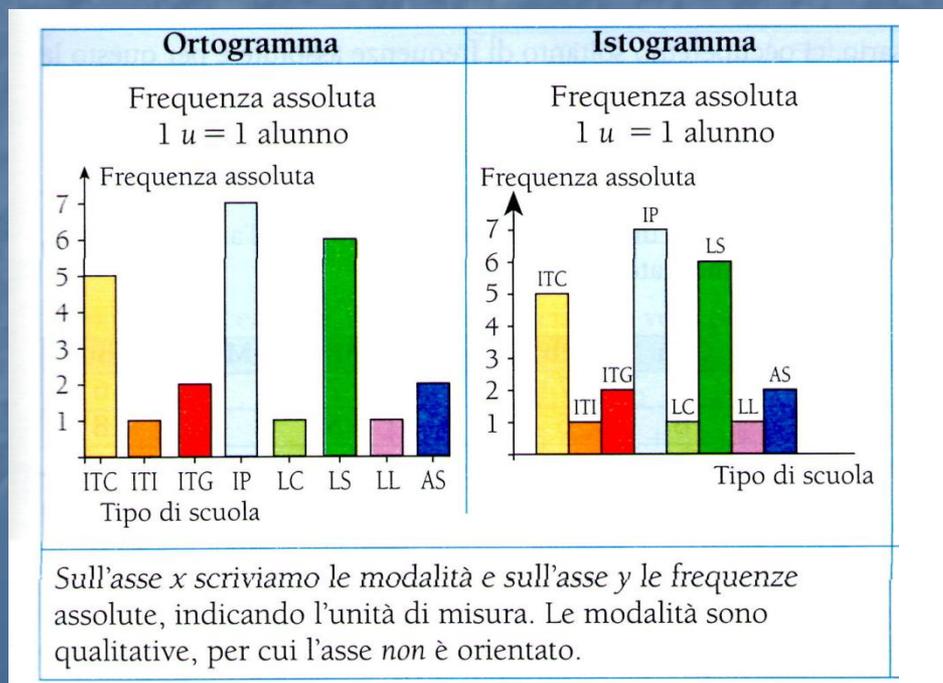


## ■ **Ortogramma:** rettangoli distanziati tra loro

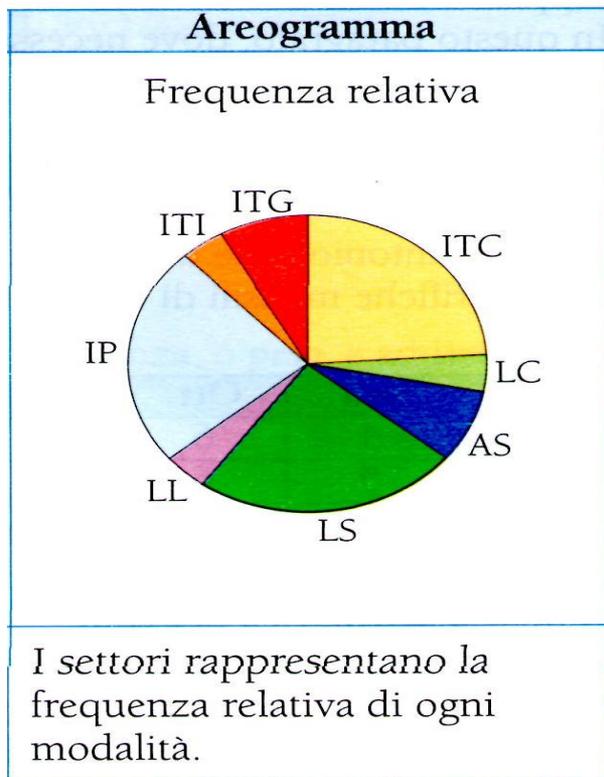
- Basi uguali
- Altezze proporzionali alla frequenza assoluta

## ■ **Istogramma:** rettangoli adiacenti

- Basi uguali
- Aree proporzionali alla frequenza assoluta



- **Areogramma:** si divide il cerchio in settori circolari aventi l'angolo al centro proporzionale alle frequenze relative



es: Ist. tecnico commerciale

frequenza relativa  $F=20\%$

$$\alpha:360^\circ=20:100 \quad \alpha=\frac{360 \times 20}{100}=72^\circ$$

- Attraverso l'esame delle tabelle e dei grafici è possibile raccogliere informazioni sull'andamento di un fenomeno

MA

- spesso è necessario individuare nuovi dati capaci di riassumere e sintetizzare particolari aspetti del fenomeno studiato



**VALORI MEDI:** particolari valori significativi che rappresentano un fenomeno

# I valori medi

- **Media aritmetica semplice (M):** valore ottenuto dividendo la somma di tutti i valori considerati per il numero dei valori

$$M = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \quad \begin{array}{l} a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = \text{valori} \\ n = \text{numero dei valori} \end{array}$$

	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Gen.	Feb.	Mar.	Apr.	Mag.	Giu.
1. Marco	4	6	5	7	6	7	5	7	7	6
2. Luca	5	6	6	8	8	6	5	5	6	8

$$M_1 = \frac{4+6+5+7+6+7+5+7+7+6}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

$$M_2 = \frac{5+6+6+8+8+6+5+5+6+8}{10} = \frac{63}{10} = 6,3$$

- **Media aritmetica ponderata:** le somme di dati uguali sono sostituite dal loro prodotto, dividendo per la somma delle frequenze assolute

$$M = \frac{a_1 \cdot f_1 + a_2 \cdot f_2 + \dots + a_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

Voti (a)	Frequenza (f)
$a_1 = 4$	$f_1 = 1$
$a_2 = 5$	$f_2 = 2$
$a_3 = 6$	$f_3 = 3$
$a_4 = 7$	$f_4 = 4$
	$n = 10$

$$M = \frac{4+5+5+6+6+6+7+7+7+7}{10}$$

$$M = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4}{10} = \frac{60}{10} = \mathbf{6}$$

⇒ maggiore è la frequenza del dato, maggiore è la sua influenza sulla media

■ **Moda (Mo):** valore che si presenta con maggior frequenza

Voti	Frequenza
4	1
5	2
6	3
7	4

**Moda=7**

■ **Mediana (Me):** valore che occupa la posizione centrale in una successione di dati posti in ordine crescente o decrescente

se: numero dispari di valori: 3,4,4,4,5,**7**,8,8,8,9,10

numero pari di valori: media aritmetica coppia valori centrali

5,6,6,6,6,**6,7**,7,8,8,8,9

↓

$$Me = \frac{6+7}{2} = 6,5$$

Es.: nella tabella sono elencati i punteggi realizzati da un concorrente di una gara di tiro con l'arco.

5	1	10	10	5	10	5	5	10	1
1	10	5	10	10	1	10	5	10	10

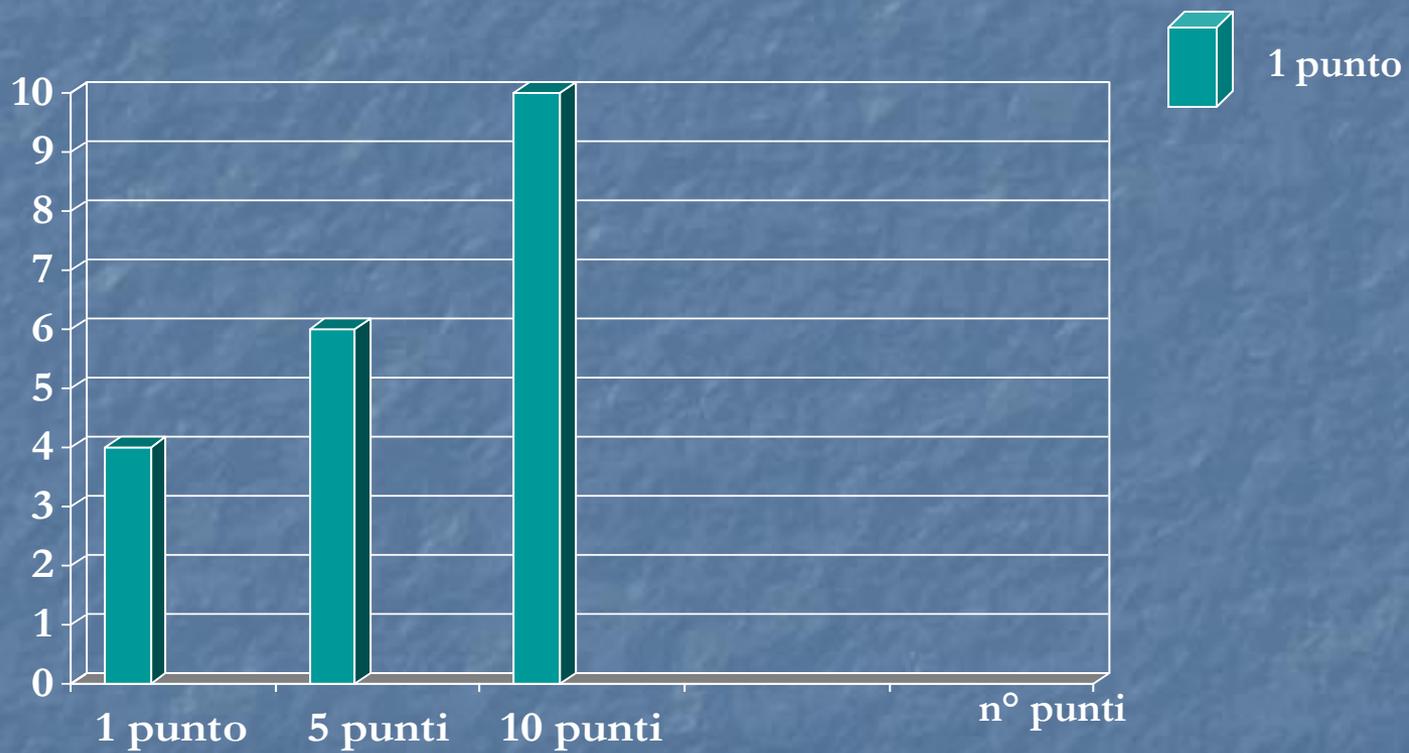
- Costruisci una tabella di frequenza (assoluta, relativa e percentuale) dei punteggi ottenuti;
- Rappresenta i valori delle frequenze assolute con un ortogramma;
- Calcola la media, la moda e la mediana.

a)

<b>Frequenza Punteggi</b>	<b>Frequenza assoluta <math>f</math></b>	<b>Frequenza relativa <math>F</math></b>	<b>Frequenza relativa %</b>
1	4	$4/20=0,2$	20
5	6	$6/20=0,3$	30
10	10	$10/20=0,5$	50
<b>TOTALI</b>	<b>20</b>	<b>1</b>	<b>100</b>

b)

$f$



c) **Media (M)** (media ponderata)

$$M = \frac{1 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 10 \cdot 10}{20 + 20 + 20 + 10} = \frac{4 + 30 + 100}{67} = 6,7 \text{ punti}$$

**Moda (Mo)**

$$Mo = 10 \text{ punti}$$

**Mediana (Me)**

valori: 1, 1, 1, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10

numero pari di valori: media aritmetica dei valori centrali

$$Me = \frac{5 + 10}{2} = 7,5 \text{ punti}$$

# PROBABILITA'

Scienza che studia i fenomeni retti dal caso

**EVENTO (E):** avvenimento che può accadere oppure no

- 1. certo:** se si verifica sempre (es. nel lancio di un dado esce un numero minore di 7)
- 2. impossibile:** se non si verifica mai (es. nel lancio di un dado esce un numero maggiore di 6)
- 3. aleatorio (casuale):** se non si è certi che si verifichi (es. nel lancio di un dado esce il numero 3)

⇒ **La probabilità (P) di un evento (E) aleatorio è data dal rapporto tra il numero di casi favorevoli ( $f$ ) e il numero di casi ugualmente possibili ( $p$ ):  $P(E) = f/p$**

- *Es. probabilità che lanciando una moneta esca testa.*

*n. casi favorevoli : 1*

*n. casi ugualmente possibili : 2*

$$P(E) = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

Se	$P(E)=1$	evento certo	(es.1	$6/6 = 1 = 100\%$ )
	$P(E)=0$	evento impossibile	(es.2	$0/6 = 0 = 0\%$ )
	$0 < P(E) < 1$	evento aleatorio	(es.3	$1/6 = 0,17 = 17\%$ )

- **Evento contrario ( $\bar{E}$ ):** si verifica quando *non* si verifica l'evento  $E$ , è uguale alla differenza tra 1 e la probabilità dell'evento  $E$

- es.  $E$ : "Lanciando un dado esce il numero 2"

$\bar{E}$ : "Lanciando un dado *non* esce il numero 2"

$$P(E) = 1/6 = 0,17 = 17\%$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,17 = 0,83 = 83\%$$

# EVENTO TOTALE: più eventi parziali che si verificano nella stessa prova

- **Probabilità totale:** probabilità che si verifichi almeno uno degli eventi parziali (“o”  $\rightarrow$  +)
  1. **Eventi incompatibili:** il verificarsi dell’uno **esclude** il verificarsi dell’altro (**non possono verificarsi contemporaneamente**)  
(es. lancio dado: esce un numero pari  $\bullet$  un numero dispari)
  2. **Eventi compatibili:** il verificarsi dell’uno **non esclude** il verificarsi dell’altro (**possono verificarsi contemporaneamente**)  
(es. lancio dado: esce un numero pari  $\bullet$  un numero maggiore di 3)

# 1. Probabilità totale di eventi parziali incompatibili:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

ES.: In un sacchetto ci sono 5 palline nere e 8 palline verdi. Estraendo una pallina, qual è la probabilità di:

- Evento 1: estrarre una pallina nera
- Evento 2: estrarre una pallina verde
- Evento 3: estrarre una pallina bianca
- **Evento 4**: estrarre una pallina nera **o** una pallina verde

## 1. Determinare n casi ugualmente possibili

$$5 \text{ (nere)} + 8 \text{ (verdi)} = 13$$

(totale palline = totale casi ugualmente possibili)

## 2. Determinare il numero dei casi favorevoli

E(1) 5 palline nere = 5 casi favorevoli

$$P(E_1) = 5/13 = 38\%$$

E(2) 8 palline verdi = 8 casi favorevoli  $P(E_2) = 8/13 = 61\%$

E(3) 0 palline bianche = 0 casi favorevoli

$$P(E_3) = 0/13 = 0\%$$

**evento impossibile**

## Probabilità totale di eventi parziali incompatibili

$$P(E_4) = P(E_1) + P(E_2) = 5/13 + 8/13 = 13/13 = 1 = 100\% \text{ evento certo}$$

## Es.: Lanciando un dado a 6 facce, calcola la probabilità dei seguenti eventi:

- Evento 1: esce il numero 5
- Evento 2: esce il numero 8
- Evento 3: esce un numero pari
- **Evento 4:** esce un numero dispari **o** il numero 4
- **Evento 5:** esce un numero maggiore di 3 **o** un numero pari
- Evento 6: non esce il numero 2

### 1 **Casi ugualmente possibili:**

$$S = \{1;2;3;4;5;6\} = 6$$

### 2 **Casi favorevoli:**

E(1) 1 numero 5 = **1** caso favorevole

E(2) 0 numeri 8 = **0** casi favorevoli

E(3)  $F = \{2;4;6\}$  **3** casi favorevoli

E(4)  $F_a = \{1;3;5\}$   $F_b = \{4\}$  **3+1=4** casi favorevoli

$$P(E1) = 1/6 = 17\%$$

$$P(E2) = 0/6 = 0\% \text{ evento impossibile}$$

$$P(E3) = 3/6 = 1/2 = 50\%$$

## **Probabilità totale di eventi parziali incompatibili**

$$P(E4) = P(E_{4a}) + P(E_{4b}) = 3/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3 = 67\%$$

E(6) **5** casi favorevoli

$$P(E6) = 5/6 = 83\%$$

**Evento 5:** esce un numero maggiore di 3 o un numero pari

$$E(5) \quad F_c = \{4;5;6\} \quad F_d = \{2;4;6\} \quad 6 - 2 = 4 \text{ casi favorevoli}$$

## 2. Probabilità totale di eventi parziali compatibili:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \quad (\text{prob. che si verifichino contemporaneamente})$$

$$P(E_5) = P(E_{5c}) + P(E_{5d}) - P(E_{5c} \cap E_{5d}) = 3/6 + 3/6 - 2/6 = 4/6 = 2/3 = 67\%$$

# EVENTO COMPOSTO: più eventi

semplici che si verificano in più prove

- **Probabilità composta:** probabilità che gli eventi semplici si verifichino contemporaneamente ("e"  $\rightarrow$  x)

1. **Eventi indipendenti:** l'esito dell'uno **non altera** il verificarsi dell'altro

(es. lancio dado: primo lancio numero 4, secondo lancio numero dispari)

2. **Eventi dipendenti:** l'esito dell'uno **altera** il verificarsi dell'altro

(es. urna con una pallina bianca e una nera: prima estrazione pallina bianca, seconda estrazione pallina nera)

## 1. Probabilità composta di eventi indipendenti:

$$P(E) = P(E_1) \times P(E_2)$$

Es.: In due lanci successivi di una moneta, calcola la probabilità che alla prima estrazione **e** alla seconda esca testa.

$$P(E_1) = 1/2$$

$$P(E_2) = 1/2$$

$$P(E) = 1/2 \times 1/2 = 1/4 = 0,25 = 25\%$$

## 2. Probabilità composta di eventi dipendenti:

$$P(E) = P(E_1) \times P(E_2/E_1) \quad (/ = \text{condizionato})$$

Es.: un'urna contiene tre palline, una bianca, una rossa e una nera, calcola la probabilità che la prima estratta sia rossa **e** la seconda bianca.

$$P(R) = 1/3$$

$$P(B) = 1/2$$

$$P(E) = 1/3 \times 1/2 = 1/6 = 0,17 = 17\%$$



# Probabilità statistica o frequentistica

- **Frequenza relativa di un evento**: rapporto tra il numero  $f$  delle volte in cui l'evento si è verificato (frequenza assoluta) e il numero  $n$  delle prove eseguite.

$$F(E) = f/n$$

- Es: lancio moneta, evento E: "esce testa"
  - Probabilità di E:  $P(E) = 1/2 = 0,5$  ←
  - Frequenza relativa di E facendo più lanci:

Lanci	Appare testa
$n=50$	$f=27$
$n=500$	$f=255$
$n=1000$	$f=503$
.....	.....

$$F(E) = 27/50 = 0,54$$

$$F(E) = 255/500 = 0,51$$

$$F(E) = 503/1000 = 0,503$$
 ←

⇒ **Eseguendo un gran numero di prove la frequenza relativa di un evento tende ad avvicinarsi alla probabilità** (Legge dei grandi numeri o legge empirica del caso)